Parte I

Campos electromagnéticos y radiofrecuencia

Capítulo 1

Física de campos

1.1. Introducción

Antes de entrar en la materia propia de esta parte del curso, conviene recordar los aspectos de la física del campo electromagnético que van a ser necesarios para comprenderla. Para los que hayan cursado la asignaturas *Bases Físicas del Medio Ambiente* y/o *Ampliación de Física,* o provengan de un Bachillerato científico, esta lección supondrá un mero repaso.

1.2. Objetivos

- Familiarizarse con la nomenclatura y unidades del electromagnetismo, así como con las distintas magnitudes involucradas.
- Entender los principios básicos de la interacción de campos electromagnéticos con la materia
- Aprender el concepto de *radiación*, especialmente en su oposición a *campo oscilante*.

1.3. Sobre las radiaciones

Es bien sabido que hay fuentes de radiación, tanto naturales como artificiales, que generan energía en forma de ondas electromagnéticas. Estas ondas consisten en campos eléctricos y magnéticos oscilantes que pueden interaccionar con los sistemas biológicos y en concreto con los seres humanos. Atendiendo a la energía que transportan y en función de los efectos biológicos que producen, se clasifican en dos grandes grupos:

Radiaciones No Ionizantes

Son ondas electromagnéticas de frecuencia menor que las Radiaciones Ionizantes, y cuya energía no es suficiente para producir rotura de enlaces atómicos; no obstante, pueden producir otros efectos biológicos. A continuación se describen las tres grandes regiones del espectro en la que se dividen estas radiaciones, comenzando por las más energéticas:

Radiaciones ópticas Tienen longitudes de onda comprendidas entre 100 nm y 1 mm y están formadas por *radiación ultravioleta* ($400\,\mathrm{nm} > \lambda > 100\,\mathrm{nm}$), *luz visible* ($760\,\mathrm{nm} > \lambda > 400\,\mathrm{nm}$) y *radiación infrarroja* ($1\,\mathrm{mm} > \lambda > 760\,\mathrm{nm}$). Estas radiaciones producen sobre los organismos vivos calor y efectos fotoquímicos, es decir pueden iniciar ciertas reacciones químicas conducentes a la aparición de fotofobias, eritemas, y efectos beneficiosos como la producción de vitamina D y fijación del CO_2 por medio de la clorofila. La parte más energética de la radiación ultravioleta tiene ya una cierta capacidad ionizadora.

Microondas Sus frecuencias están comprendidas entre 300 MHz y 300 GHz. Por su gran importancia social hoy en día, merece destacarse la telefonía móvil cuyos rangos de frecuencia dependen del sistema empleado: los analógicos o de 1ª generación se conectan con las estaciones base en la banda de 900 MHz y los celulares digitales de 2ª generación GSM (*Global System for Mobile Communications*) y EDCS (*European Digital Cellular System*) que funcionan en la banda de 900 y 1800 MHz, respectivamente. En esta zona del espectro, los principales efectos son los debidos a la capacidad de inducir corrientes eléctricas en los tejidos expuestos a ellas, lo que conduce a una elevación de la temperatura interna. Son los denominados efectos térmicos. Si el aumento de temperatura debido a la radiación no es severo (menor que 1 °C) la sangre que circula por el tejido es capaz de disipar el moderado exceso de calor. Sin embargo, si el incremento de la temperatura es elevado, producido, claro está, por una exposición muy intensa y el tejido está poco vascularizado, puede dar lugar a daños irreversibles.

Radiofrecuencia y campos cuasi-estáticos La radiofrecuencia comprende las radiaciones cuya frecuencia está comprendida entre 3 kHz y 300 KHz y cuyos efectos se deben fundamentalmente a tres factores: resonancia, calentamiento y quemaduras o descargas eléctricas. Los campos casi-estáticos son los correspondientes a frecuencias muy bajas, inferiores a 3 kHz . En este caso, los efectos pueden estudiarse separando el campo eléctrico del magnético.

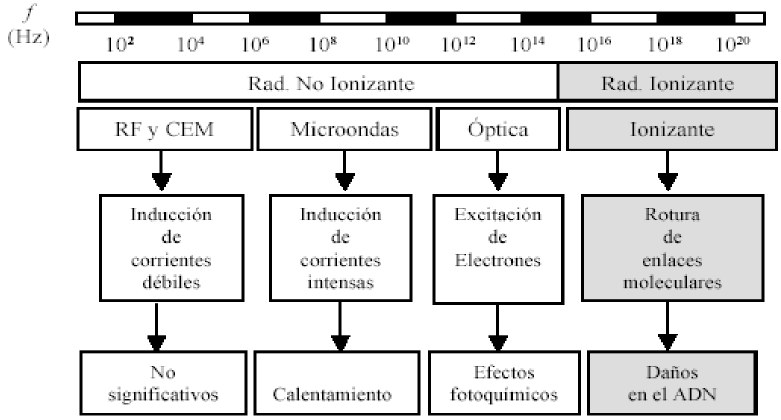
Radiaciones Ionizantes

Son las ondas electromagnéticas de frecuencia muy alta (mayor que 10^{15} Hz) que tienen la suficiente energía para producir ionización, rompiendo los enlaces atómicos que mantienen unidas las moléculas. Estas radiaciones al interaccionar con la materia pueden producir ionización dando lugar a la aparición de uno o varios electrones y a un ion positivo, químicamente activos, por lo que pueden provocar reacciones y cambios químicos en el material con el que interaccionan.

Una de las reacciones más importantes es la radiolisis o rotura de los enlaces químicos de las moléculas. Cuando las moléculas afectadas forman parte del material genético de las células, pueden alterarlo. Estos efectos biológicos pueden afectar al propio individuo (efectos somáticos) o a sus descendientes (efectos genéticos). Debemos mencionar que los efectos de estas radiaciones no siempre son nocivos para la salud pues se utilizan también como tratamiento terapéutico de eficacia probada, en diagnóstico y en muchas aplicaciones industriales.

Las radiaciones ionizantes también pueden ser *corpusculares* (partículas subatómicas) además de electromagnéticas (rayos X y rayos γ). Los rayos X son radiaciones electromagnéticas cuyos fotones tienen energías comprendidas entre 10 eV y unos miles de electrón-voltio (recordemos que la energía necesaria para ionizar un átomo de hidrógeno es de 13,6 eV). Los rayos γ tienen energías superiores a los rayos X aunque no existe una frontera neta entre ambos tipos de radiación, están solapados en el espectro electromagnético; la diferencia entre ambas estriba en su naturaleza, mientras los rayos X tienen su origen en la corteza de los átomos, los rayos γ se originan en los núcleos de átomos inestables o radiactivos.

La figura siguiente de forma gráfica los intervalos de frecuencias que ocupan las radiaciones ionizante y no ionizante y sus principales características biológicas:



Aunque la figura anterior representa el espectro de radiación electromagnética dividido en función de los efectos biológicos, esencialmente no hay diferentes tipos de radiación y la división en bandas se fundamenta en factores históricos, fisiológicos, modos de producción y propiedades específicas de cada banda, especialmente aquellas relacionadas con la interacción con la materia.

1.4. Los elementos de la interacción electromagnética: cargas y corrientes

1.4.1. Carga eléctrica

La materia está compuesta por **moléculas** formadas a su vez por **átomos**; los átomos están constituidos por una corteza, donde se encuentran los **electrones**, y un núcleo de **protones** y **neutrones**. Los electrones y protones poseen una cualidad de las partículas elementales llamada **carga eléctrica**; ésta a su vez se presenta en dos formas: **positiva *y* negativa**. Convencionalmente, se asigna a los electrones carga eléctrica negativa y a los protones carga eléctrica positiva. Las partículas que no poseen carga eléctrica —por ejemplo, los neutrones— se consideran **neutras**.

La materia globalmente es neutra, esto es, la carga eléctrica total que portan los electrones y protones de cualquier fragmento de materia —sumando la cantidad de carga positiva y restando la cantidad de carga negativa— es cero. Esto no siempre es cierto, porque los átomos pueden perder o ganar electrones: en este caso se llaman **iones** y la materia formada parcialmente por iones se dice que está **ionizada**. Los procesos por los que la materia neutra puede ionizarse son múltiples: por medios mecánicos (frotamiento), por reacciones químicas, mediante temperaturas elevadas y mediante exposición a **radiaciones ionizantes**; precisamente, el estudio de este tipo de radiaciones es el objeto de la Unidad Didáctica 3.

La cantidad de carga se puede medir. La unidad de carga en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el **culombio** [C]; los electrones y protones tienen la misma cantidad de carga en términos absolutos, cuyo valor es $1{,}602 \times 10^{-19}$ C.

Fuerza entre cargas

Lo más importante y por lo que se justifica toda esta introducción, es que las cargas interaccionan entre sí. La fuerza entre dos cargas puntuales[1] es **atractiva** si las cargas tienen signos opuestos y **repulsiva** si tienen el mismo signo. La conocida **Ley de Coulomb** describe esta interacción

$$\mathbf{F} = k\frac{q \cdot q'}{d^2}\mathbf{u}_{qq'} \tag{1.1}$$

donde q y q' son los valores de las dos cargas (con su signo correspondiente), d, es la distancia que las separa, k es una constante que en el vacío vale $k \simeq 8,99 \times 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$ y $\mathbf{u}_{qq'}$ es un vector unitario en la dirección que une las cargas. Lo más común es ver la constante k escrita como $1/(4\pi\varepsilon_o)$, donde ε_o se conoce como la *permitividad eléctrica del vacío* y su valor en el SI es $8,85 \times 10^{-12}$. Esta fuerza se conoce como *fuerza electrostática.*

En la práctica, se introduce el concepto de **campo eléctrico**, **E**, como una forma más conveniente de describir la interacción eléctrica. Físicamente, se entiende el campo eléctrico como una perturbación del espacio producida por las cargas y que afecta a toda partícula cargada bajo su influencia. Matemáticamente, el campo eléctrico es un campo vectorial, esto es: una función que asigna un vector a cada punto del espacio —representado a su vez por el vector posición—, cuyos valores pueden cambiar de punto a punto.

Las propiedades del campo eléctrico se discutirán en la siguiente sección, pero ya es posible adelantar que, dado un campo eléctrico, **E**, la fuerza que siente una carga q bajo su influencia es,

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} \tag{1.2}$$

Distribuciones de carga

Además de cargas puntuales, podemos encontrarnos que la carga se distribuye en un hilo delgado; en este caso hablamos de *densidad lineal* de carga, se representa por λ y se mide en $\mathrm{C \cdot m^{-1}}$ (culombios por metro).

Si la carga se distribuye en un plano (la superficie de un disco, una hoja de papel. . .) entonces la carga se describe mejor mediante la *densidad superficial* de carga del plano, que se representa por σ y se mide en $\mathrm{C \cdot m^{-2}}$ (culombios por metro cuadrado).

Si la carga está repartida en todo el volumen de un cuerpo, entonces la podemos caracterizar por la *densidad volumétrica* de carga, representada por ρ que se mide en $\mathrm{C \cdot m^{-3}}$ (culombios por metro cúbico).

[1]Carga puntual: la que idealmente se reduce a un punto sin dimensiones. En la práctica, un fragmento de materia ionizada cuyas dimensiones son tan pequeñas que virtualmente se puede considerar reducida a un punto.

Principio de conservación de la carga

En cualquier proceso químico o físico —incluyendo las reacciones nucleares, interacciones de partículas elementales, etc—, la carga total se conserva. Dicho de otra forma, no se puede crear carga de la nada, o aniquilar carga.

Otra propiedad de la carga es que está siempre asociada a la masa: no se han descubierto partículas sin masa que, a la vez, posean carga eléctrica neta.

1.4.2. Corriente eléctrica

El flujo de partículas cargadas produce una **corriente eléctrica**. Ésta puede ser de *convección*, si se trata de un transporte de masa del cual resulta un transporte neto de carga; por ejemplo, los rayos catódicos del tubo de televisión, o el viento solar que llega a la Tierra y produce las auroras en los polos. También se puede dar corriente eléctrica por *conducción*, donde no hay transporte neto de masa pero sí un arrastre de cargas dentro de un medio neutro; por ejemplo, la corriente que transportan los cables domésticos, de líneas de alta tensión, de aparatos electrónicos, etc.

Definimos **intensidad de corriente eléctrica**, I, (muchas veces abreviada simplemente a *corriente eléctrica*) como la carga neta que atraviesa una superficie en la unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

la unidad de intensidad en el SI es el **amperios**, A. $1\,\mathrm{A}$ equivale a $1\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ (culombio por segundo).

Densidad de corriente

Para describir los movimientos de cargas en el seno de un volumen cualquiera, es mucho más oportuno el concepto de **densidad de corriente**, que es una magnitud intensiva, que depende del punto donde se evalúa, y que no depende de la cantidad de superficie atravesada por el flujo de cargas. Su expresión para cualquier punto $\mathbf{r}$ es,

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \rho_+ \langle \mathbf{v}_+ \rangle + \rho_- \langle \mathbf{v}_- \rangle \tag{1.3}$$

donde ρ y $\langle \mathbf{v} \rangle$ son respectivamente la densidad volumétrica de carga y la velocidad promedio de los portadores del signo correspondiente, en un entorno próximo al punto $\mathbf{r}$. Obsérvese el carácter vectorial de $\mathbf{J}$, que se debe al carácter vectorial de $\langle \mathbf{v} \rangle$. Para entender mejor esta fórmula, veamos un par de casos concretos: supongamos que estamos analizando corrientes de conducción; por tanto, el medio es neutro, $\rho_+ = -\rho_- = \rho_o$, y suponemos que esto es cierto en cualquier punto del medio; entonces:

$$\mathbf{J} = \rho_o \left(\langle \mathbf{v}_+ \rangle - \langle \mathbf{v}_- \rangle \right) \tag{1.4}$$

En un conductor metálico, los electrones de las capas más externas del átomo son libres de circular en el medio, mientras que el núcleo y el resto de electrones —que en conjunto tienen carga positiva— permanecen en posiciones rígidas de una red, por tanto $\langle \mathbf{v}_+ \rangle = 0$ y entonces,

$$\mathbf{J} = -\rho_o \langle \mathbf{v}_- \rangle \tag{1.5}$$

En otro ejemplo tenemos el flujo de un líquido eléctricamente neutro donde hay disueltos iones positivos y negativos que fluye en una dirección; por ejemplo, el flujo de la sangre por los vasos. En estas circunstancias, además del equilibrio eléctrico $\rho_+ = -\rho_- = \rho_o$, tenemos que $\langle \mathbf{v}_+ \rangle = \langle \mathbf{v}_- \rangle$ con lo que $\mathbf{J} = 0$.

La densidad de corriente se mide en $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ (amperios por metro cuadrado) en el SI, pero es usual el uso de otras unidades del tipo $\mathrm{mA} \cdot \mathrm{cm}^{-2}$ (miliamperios por centímetro cuadrado).

La intensidad de corriente se puede entender ahora como el flujo[2] del vector densidad de corriente a través de una sección superficial,

$$I = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \tag{1.6}$$

Ecuación de continuidad

El principio de conservación de la carga implica que si toda la carga de un volumen determinado permanece constante, es porque el flujo total de corriente que entra en ese volumen es nulo. Siguiendo un símil de tráfico, si el número de vehículos que circulan en una glorieta es siempre el mismo, necesariamente se debe a que hay tantos vehículos que entran como que salen de la glorieta (el flujo total de vehículos es nulo): no se pueden "crear" vehículos de la nada, ni aniquilarlos sin más.

Por otro lado, si el flujo de corriente no es nulo —entra más corriente de la que sale, o viceversa— entonces la carga del volumen considerado *cambia* con el tiempo. En el símil anterior, un atasco en la salida de la glorieta provoca que el número de vehículos en la misma aumente (hasta la capacidad total de la glorieta, lo que provoca indirectamente el atasco de la entrada). Esta idea se manifiesta en la ecuación de continuidad:

$$\oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{dQ}{dt} \tag{1.7}$$

donde la integral se extiende a toda la superficie que rodea un volumen dado[3], y Q es la carga total que *entra* en ese volumen; convencionalmente, el flujo (la integral de la izquierda) es *negativo* cuando es de *entrada*.

Fuerza entre corrientes

Una corriente ejerce una fuerza sobre otra corriente. En primera aproximación, no se trata de la fuerza electrostática que vimos en el apartado anterior porque también se da entre corrientes de conducción que, como hemos visto, tienen lugar en medios eléctricamente neutros.

Supongamos dos conductores muy delgados, de longitud muy grande (idealmente, infinita), paralelos, separados una distancia R, por los que transitan respectivamente las corrientes I e I'. Entonces, la fuerza por unidad de longitud entre ambos conductores viene dada por,

$$\frac{F}{l} = 2k\frac{I\,I'}{R}$$

[2] La expresión 1.6 es característica del flujo de un campo vectorial. Hasta ahora hemos usado la palabra *flujo* en su acepción como: *número de partículas que cruzan la unidad de superficie en la unidad de tiempo.* Ambas definiciones representan fenómenos muy similares que, además, coinciden con la intuición previa que el lector pueda tener del concepto de flujo, como en el ejemplo que se cita a continuación.

[3] El círculo que atraviesa el símbolo integral significa que ésta se extiende a una superficie cerrada.

donde k es una constante que en vacío vale $k = 10^{-7}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{A}^{-2}$ en el SI. Esta constante se escribe comúnmente como $k = \mu_o/4\pi$, donde μ_o se conoce como la *permeabilidad magnética* del vacío y su valor en el SI es, lógicamente, $4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{A}^{-2}$.

Aunque no esté explícito en la fórmula anterior, esta fuerza tiene obviamente carácter vectorial. Su dirección está en el plano de los conductores y es perpendicular a ambos; su sentido es *repulsivo* cuando las corrientes tienen sentidos *opuestos*, y *atractivo* cuando las corrientes siguen el *mismo* sentido. Atención a esto, que juega en contra de la intuición.

Esta fórmula sirve para determinar el amperio: si hacemos pasar la misma corriente por los dos conductores, separados a 1 m de distancia, y medimos que la fuerza por unidad de longitud ejercida entre ambos es $2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$, entonces la corriente que circula tiene un valor de 1 A.

Campo magnético como mediador

Al igual que en el caso eléctrico, aquí también es conveniente describir un campo como mediador de la interacción. Las corrientes eléctricas —y, en general, las cargas en movimiento— crean un **campo magnético**, $\mathbf{B}$, a su alrededor, esto es, una perturbación del espacio que las rodea y que produce una fuerza a toda carga en movimiento (o corriente) que se produzca en su seno. Como en el caso del campo eléctrico, el campo magnético se representa matemáticamente mediante un campo vectorial.

Dado un campo magnético, $\mathbf{B}$, la fuerza que éste ejerce sobre una carga puntual q que se desplaza a velocidad $\mathbf{v}$ es

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} \tag{1.8}$$

Obsérvese que el carácter vectorial de $\mathbf{F}$ surge a partir del producto vectorial de la velocidad con el campo magnético. Esto implica que la fuerza tiene una dirección perpendicular al plano formado por los vectores de $\mathbf{v}$ y $\mathbf{B}$; también implica que si la trayectoria es paralela al campo magnético, no se ejercerá fuerza alguna sobre sobre la carga.

Cuando tenemos una corriente I en el seno de un campo magnético, la fuerza que éste ejerce sobre un segmento rectilíneo de conductor, de longitud $d\mathbf{l}$, es:

$$d\mathbf{F} = I\,d\mathbf{l}\times\mathbf{B} \tag{1.9}$$

Fuerza de Lorentz

Es la fuerza a la que está sometida cualquier partícula cargada, dados los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$. Tomando las fórmulas 1.2 y 1.8:

$$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}) \tag{1.10}$$

1.5. Descripción de la interacción electromagnética

La forma de aproximarse al estudio de la interacción electromagnética mediante los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$, conlleva estudiar las propiedades de los mismos: sus orígenes, sus formas y propiedades, su interacción con la materia, etc. La tarea sería muy larga y compleja si el objetivo fuera llevarla a cabo en detalle y hasta sus últimas consecuencias. Dado el carácter de repaso de este capítulo, nos conformaremos con enunciar brevemente las propiedades de los campos, haciendo más énfasis en aquéllas que luego serán empleadas.

Principio de linealidad o superposición

El uso de campos implica considerar a las cargas (estáticas) como fuentes del campo eléctrico, y a las corrientes y cargas en movimiento como fuentes del campo magnético. En este contexto, se aplica el llamado *principio de linealidad* que dice así:

> Los campos dependen de sus fuentes linealmente, esto es: manteniendo el resto de condiciones constantes, duplicar la magnitud de las fuentes supone duplicar la magnitud de los campos asociados a las misma. Más generalmente, cambiar la magnitud de las fuentes cambia la magnitud de los campos en la misma proporción.

Este principio también se conoce como *principio de superposición* porque, del principio de linealidad, se deduce inmediatamente que el valor del campo en un punto es la suma de todas las contribuciones de cada fuente individual en ese punto.

1.5.1. Campo eléctrico

Las unidades del campo eléctrico en el SI se pueden deducir a partir de la parte eléctrica de la fuerza de Lorentz (1.2); como la unidad SI de fuerza es el *newton* [N] y la de carga el culombio, entonces la unidad de campo eléctrico es **newton por culombio**, $\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$.

A partir de la ley de Coulomb (1.1) y la mencionada ley de Lorentz (1.2) se deduce que el campo producido por una carga puntual es,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\mathbf{u}_r \tag{1.11}$$

que se puede visualizar mediante líneas de campo, para el caso de una carga positiva, como muestra la figura 1.1:

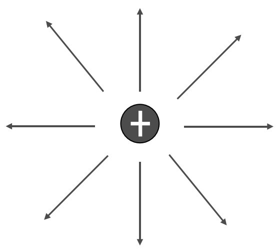


Figura 1.1: Representación de las líneas de campo de una carga puntual, o también de un hilo de carga con la sección perpendicular al plano del papel.

Es decir, es un campo de forma radial, cuya intensidad decae con el cuadrado de la distancia. Gracias al principio de superposición, la expresión anterior se puede generalizar a varias cargas puntuales (digamos, N):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=0}^{N}\frac{q_i}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_i|^2}\mathbf{u}_{\mathbf{r}\,\mathbf{r}'_i}$$

donde las coordenadas con el apóstrofe se refieren a las posiciones de las cargas. En caso de que tengamos un medio continuo, caracterizado por una densidad de carga, entonces la suma anterior se puede sustituir por una integral[4]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int\frac{dq}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right) \tag{1.12}$$

El elemento diferencial, dq, puede ser $\lambda \cdot dl'$, $\sigma \cdot dS'$, $\rho \cdot dv'$ según si se trata de distribuciones lineales (filiformes), superficiales o de volumen.

A partir de esta expresión, y conociendo la geometría del objeto cargado y la distribución de su carga, se puede calcular el campo eléctrico en cualquier punto. Es general, estas integrales son muy complicadas y no vamos a hacer uso de ellas.

Propiedades del campo eléctrico: teorema de Gauss

Vamos a recordar aquí una de las propiedades del campo eléctrico que resulta más fructífera a la hora de calcular el campo de distribuciones con gran simetría, evitando así el engorro del cálculo de la integral 1.12. Este propiedad se expresa de la siguiente forma:

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_o} \tag{1.13}$$

Lo que nos dice es que el flujo de campo eléctrico a lo largo de una superficie **cerrada** es igual a la carga total encerrada en el volumen del cual dicha superficie es frontera. La aplicación de esta ley a las simetrías más frecuentes (y útiles) nos proporciona lo siguiente:

Simetría esférica Una carga Q está distribuida esféricamente y de forma homogénea (por ejemplo, en la superficie de una esfera); nos interesa el campo en el exterior de la distribución. Entonces, la aplicación de 1.13 nos da,

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r^2}\mathbf{u}_r$$

donde r es la distancia al centro de la distribución. Es decir, comparando con 1.11, es como si una carga puntual, Q, equivalente a toda la carga de la distribución, estuviera situada en el origen de coordenadas.

Simetría cilíndrica En este caso la carga se distribuye uniformemente a lo largo de un volumen (o una superficie) cilíndrica de longitud muy grande (idealmente, infinita). Un sistema típico que cumple esta simetría es un cable recto muy largo, como los que conducen la electricidad en las líneas de alta tensión (pasando por alto la curvatura de la catenaria).

[4]Se ha sustituido $\mathbf{u}_{\mathbf{r}\,\mathbf{r}'_i}$ por $(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,/\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$

La cantidad de carga la caracterizamos como λ, densidad de carga por unidad de longitud. Entonces el campo eléctrico a una distancia r del cable es:

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r}\mathbf{u}_r \tag{1.14}$$

donde ahora $\mathbf{u}_r$ en un vector unitario perpendicular al cable. El cable lo consideramos "infinito" si la distancia a la que medimos el campo es pequeña en comparación con la longitud del cable.

Plano de carga Es el caso de una extensión superficial de carga muy grande (de nuevo, idealmente infinita) caracterizada por una densidad superficial de carga homogénea, σ. Esta puede ser la situación de, por ejemplo, una capa de nubes de tormenta. En este caso el campo eléctrico que surge de la aplicación del teorema de Gauss resulta ser:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}\mathbf{u}_z$$

donde el vector unitario $\mathbf{u}_z$ representa la dirección del plano de carga (en el ejemplo de la nube, la dirección perpendicular a la misma). Al igual que antes, la hipótesis de "infinitud" del plano cargado se concreta en la práctica en la necesidad de que las dimensiones laterales del mismo sean muy grandes en comparación con las distancias verticales donde calculamos el campo; esta fórmula la podríamos aplicar para una tormenta —conociendo o estimando previamente σ— si su extensión es grande en comparación a la distancia a la que se encuentran las nubes.

Los resultados anteriores muestran ciertas características fundamentales del campo eléctrico:

- La intensidad de los campos disminuye con la distancia a las fuentes. Parece evidente, pero es importante no olvidarlo.
- La tasa de variación con la distancia es **menos acusada** cuanto **más extensa** es la fuente. Observamos cómo en el primer ejemplo (carga limitada a una esfera) la tasa de disminución va como $1/r^2$; con el segundo, que la carga se extiende por un hilo infinito, la tasa de disminución es $1/r$; y en el caso extremo final, con la carga distribuida infinitamente en un plano, el campo ni siquiera disminuye su intensidad, permaneciendo constante a cualquier distancia.

Por supuesto, esta última afirmación se ha de entender a distancias por debajo de los límites de nuestra aproximación de "plano infinito". En cuanto esta aproximación deja de ser válida, volvemos a encontrar que el campo disminuye según nos alejamos.

Propiedades del campo eléctrico: campo conservativo y función potencial

Físicamente, esta propiedad surge del siguiente hecho: el trabajo que se necesita para mover una carga de un punto del espacio A, a otro punto del espacio B, en presencia de un campo eléctrico, es **independiente del camino** utilizado para ir de A a B. Cuando un campo presenta esta propiedad se dice que es **conservativo**; el campo gravitatorio es otro ejemplo de campo conservativo.

Matemáticamente, esta propiedad se traduce en que el campo eléctrico puede derivar de un **campo escalar**[5], llamado **potencial** y representado por $V(\mathbf{r})$. La relación entre ambos está dada, de forma integral, por:

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = V_\mathrm{A} - V_\mathrm{B}$$

es decir que la integral de línea del campo entre dos puntos (A,B) depende **sólo** de la diferencia de valores del campo escalar potencial en esos dos puntos. No importa la trayectoria que se sigue para realizar la integral.

Esta propiedad del campo eléctrico simplifica muchas veces el cálculo del mismo a partir de las fuentes, puesto que generalmente es más fácil calcular un campo escalar V que un campo vectorial. En muchas ocasiones tenemos un campo eléctrico constante en una dirección (digamos, z), lo que implica que el potencial aumenta linealmente en esa misma dirección:

$$\Delta V = E_o \Delta z$$

de donde podemos deducir el valor del campo midiendo potenciales y distancias:

$$E_o = \frac{\Delta V}{\Delta z} \tag{1.15}$$

El potencial resulta más familiar que el campo eléctrico. Su unidad en el SI es el **voltio** [V] que a su vez permite asignar una unidad alternativa al campo eléctrico —pero totalmente equivalente con la que hemos visto de $\mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$— que es el **voltio por metro**, $\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$, que será la que usaremos preferentemente desde ahora.

Interacción del campo eléctrico con la materia: aislantes

Hasta ahora hemos repasado cómo es el origen del campo eléctrico y sus propiedades. Ahora nos concentraremos en su interacción con la materia y empezaremos con los materiales llamados *aislantes* o también *dieléctricos*, que son aquellos en que la estructura electrónica de sus átomos es tal que no disponen de electrones o iones libres.

Materiales aislantes típicos son:

- Gases (no ionizados)
- Líquidos no polares (muchos compuestos orgánicos)
- Sólidos:
  - Sales iónicas
  - Muchos óxidos
  - Elementos no metálicos
  - Compuestos orgánicos (parafinas, sebos...)

[5] Un campo escalar es similar a un campo vectorial, pero en este caso se trata una función que asigna un valor escalar (un sólo número) a cada punto del espacio. Por ejemplo, la temperatura de una habitación podría representarse con un campo escalar, que en cada punto del volumen de la habitación nos da su temperatura.

El efecto del campo eléctrico sobre este tipo de materiales es el de deformar la estructura electrónica, "empujando" la parte de carga positiva de la molécula, y "atrayendo" la parte de carga negativa, tal y como hemos visto que actúa la fuerza de Lorentz (1.2); el resultado es que el "centro de gravedad" de las cargas positivas se separa del de las negativas, formando lo que se llama un **dipolo eléctrico** —dos cargas del mismo valor pero distinto signo separadas una cierta distancia— y entonces decimos que la molécula queda **polarizada**, como se ilustra en la figura 1.2:

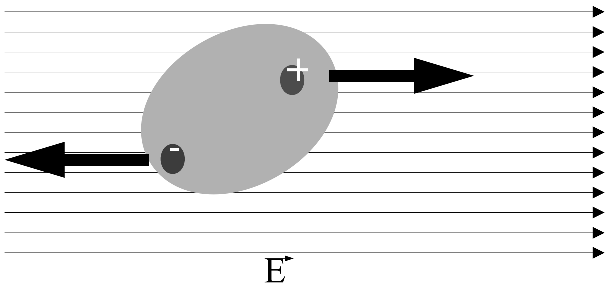


Figura 1.2: Desplazamiento de las cargas en una molécula debido al campo externo. El centro de carga negativa se desplaza en relación al centro de carga positiva.

La polarización en general es muy pequeña, incluso a campos muy elevados, porque el efecto polarizador del campo tiene que competir con las poderosas fuerzas atómicas —que son también de naturaleza eléctrica— que tienden a restaurar la distribución de carga de la molécula

Si el material ya está formado por moléculas con polarización permanente, entonces el efecto del campo es principalmente el de **orientar** las moléculas polares de forma que se alineen con él. En este caso, el campo compite con la agitación térmica, que tiende a desordenar las moléculas y a hacer que éstas se orienten al azar. Las moléculas de este tipo se denominan *polares* y tienen una disposición electrónica tal que hace que, aunque sean neutras, el centro de carga positiva no coincida con el centro de carga negativa. El ejemplo por antonomasia es la molécula de agua.

El efecto en ambos casos es que se crea un campo eléctrico debido a las moléculas polarizadas, que **se opone** al campo externo de forma que el efecto es una disminución del campo total interno respecto al externo. Si llamamos E a la intensidad del campo externo y E' a la intensidad de campo en el interior del medio, encontramos que en muchos materiales la relación entre ambos es

$$E' = \frac{1}{\varepsilon_r} E \tag{1.16}$$

donde ε_r es un parámetro adimensional característico del medio denominado *constante dieléctrica relativa* cuyos valores son siempre mayores que 1. En general, ε_r toma valores próximos a uno en gases y entre 1 y 5 para líquidos y sólidos no polares; los líquidos polares pueden llegar a valores de 80, como en el caso del agua.

Ruptura dieléctrica Cuando el campo supera un valor límite, generalmente muy elevado, se puede producir el fenómeno de la *ruptura dieléctrica.* Ésta consiste en la ionización espontánea de una molécula (por cualquier causa no necesariamente atribuible al campo aplicado); entonces, bajo la acción del intenso campo eléctrico, la molécula ionizada y los electrones expulsados se aceleran hasta alcanzar energías tales que provocan nuevas ionizaciones en su choque con otras moléculas[6]. Estos nuevos iones, a su vez, producen más ionizaciones de forma que se establece una reacción en cadena y el medio se hace conductor por la abundancia de iones libres, lo que provoca una descarga brusca que es visible en forma de un arco luminoso hasta que la intensidad de campo disminuye por debajo de límite. Este valor límite está determinado por la energía que alcanzan los iones acelerados, que tiene que ser suficiente para iniciar la reacción en cadena; para el aire este valor es $\sim 3 \times 10^6$ V/m.

Este fenómeno es muy familiar en forma de chispa eléctrica o rayo, como los que se dan durante una tormenta. La iluminación se debe a la recombinación de los iones con los electrones.

Interacción del campo eléctrico con la materia: conductores

Al contrario que los aislantes, los conductores son materiales que sí presentan cargas libres y además permiten la existencia de corrientes de conducción en su seno. Desde el punto de vista de la electrostática un conductor se caracteriza la densidad de portadores de carga, n (se puede escribir como n_+, n_- para diferenciar un tipo u otro de carga), medida en **número de portadores por metro cúbico**[7] [m^{-3}]. La densidad de carga con la que contribuye un portador se puede escribir entonces como:

$$\rho = q \cdot n \tag{1.17}$$

donde q es, lógicamente, la carga del portador considerado.

Para un conductor dado, los portadores de carga pueden ser electrones, y/o iones negativos, y/o iones positivos. Un conductor es tanto mejor cuanta más carga libre disponga; para calcular la carga libre, simplemente hay que multiplicar la densidad de portadores de una determinada especie por su carga. Por ejemplo, en el aluminio los portadores son los electrones; cada átomo de material aporta 3 electrones libres; la densidad de átomos en una muestra ordinaria de aluminio es $n_{\mathrm{Al}} \simeq 6 \times 10^{28}\,\mathrm{m}^{-3}$, por tanto, la densidad de electrones es,

$$n_- = 3 \cdot n_{\mathrm{Al}} = 1,8 \times 10^{29}\,\mathrm{m}^{-3}$$

y la densidad de carga libre (en este caso sólo negativa) es,

$$\rho_- = e \cdot n_- = \left(1{,}601 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}\right) \cdot \left(1{,}8 \times 10^{29}\,\mathrm{m}^{-3}\right) = 2{,}88 \times 10^{10}\,\mathrm{C} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Son materiales conductores típicos:

- Sólidos:
  - Metales (sólidos y también líquidos como el mercurio).
  - El germanio y silicio dopados con arsénico, galio y otros elementos.
  - Las sales covalentes, sobre todo del tipo III-V (arseniuro de galio AsGa, fosfuro de indio PIn, ...) dopadas con otros elementos.
- Líquidos:

[6] Véase el capítulo 9, sección 9.2.
[7] A veces se puede dar también en número de moles de portador por litro [$\mathrm{mol} \cdot \mathrm{l}^{-1}$].

- Agua.
- Disoluciones acuosas de sales iónicas.
- Disoluciones de sales en otros medios polares.

- Gases ionizados (plasma).

Cada tipo de conductor puede tener uno o varios portadores de carga libre característicos. En el caso de los metales, los portadores son los electrones[8]; en las disoluciones son iones positivos y negativos; en el germanio, silicio y sales covalentes (llamados también *semiconductores*) el tipo de portador depende de los dopantes que tengan.

El agua pura es un mal conductor desde el punto de vista de las corrientes que se pueden establecer en su seno (ver apartado 1.5.2). Sin embargo, su carga libre sí es suficiente para manifestarse como conductor en medio de campos estáticos[9]. Además, su poder disolvente hace que no se pueda encontrar pura en la naturaleza, sino con muchos iones en disolución lo que multiplica su poder conductor. Por eso, los objetos húmedos se consideran como conductores desde el punto de vista del campo estático y, muchas veces, también desde el punto de vista del sostenimiento de una corriente eléctrica. Particularmente, el terreno mantiene suficiente humedad como para considerarlo como conductor y, debido a su enorme capacidad de absorber o ceder carga, se toma muchas veces como origen de potenciales eléctricos (potencial 0). Es la llamada *toma de tierra*.

Cuando un conductor es sometido a un campo eléctrico externo, sus cargas libres se mueven bajo su influencia siguiendo la fuerza de Lorentz. Puesto que no hay nada que impida su migración —salvo los límites materiales del conductor—, las cargas seguirán su desplazamiento y modificarán la estructura de cargas del conductor, de forma que llega un momento en que el campo producido por la nueva configuración de cargas del conductor **compensa exactamente** el campo externo a lo largo de todo su volumen, con lo que el campo total interno (campo externo + campo producido por las cargas libres reorganizadas) es nulo. Si esto no fuera así y existiera un cierto campo remanente, éste movería las cargas libres del conductor que aún no estuvieran desplazadas hasta alcanzar la configuración tal que el campo interno fuera nulo. Se ve mejor en la figura 1.3:

Esto es un resultado importantísimo que además tiene otras consecuencias. Todo ello lo podemos resumir como sigue:

1. El campo eléctrico en el seno de un conductor es siempre nulo.

2. El potencial eléctrico de un conductor es constante a lo largo de su superficie. En este sentido, es útil hacer la comparación de un conductor —cuya superficie mantiene un potencial eléctrico constante— con un líquido contenido en una vasija, cuya superficie se encuentra siempre horizontal (potencial gravitatorio constante), no importa cuan inclinada esté la vasija.

3. El campo eléctrico en las proximidades de un conductor se distorsiona por la presencia del mismo. Cuando estamos muy cerca del conductor, el campo eléctrico es **perpendicular** a su superficie (ver figura 1.3).

[8] Véase la descripción sobre la estructura de un metal en el capítulo 5, sección 5.4.

[9] El agua pura tiene una concentración de iones libres (portadores) $10^{-7}\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{l}^{-1}$, que supone 6×10^{19} portadores por metro cúbico. En comparación con el aluminio, esta concentración es 10 órdenes de magnitud inferior y, aún así, garantiza el fenómeno de apantallamiento que se describe más adelante.

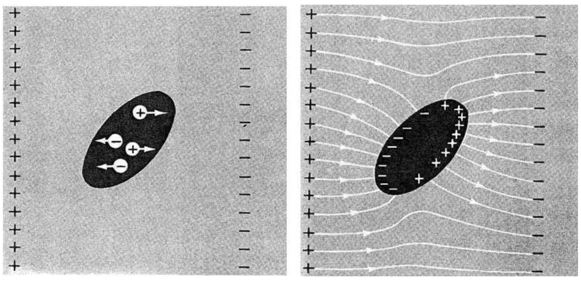


Figura 1.3: A la izquierda se muestra la reorganización de cargas en un objeto conductor al ser sometido a un campo eléctrico (producido por las placas de carga laterales). A la derecha, el conductor con sus cargas reorganizadas.

Por todo esto, se dice que los conductores **apantallan** el campo eléctrico, porque no permiten que éste los atraviese.

Los conductores son muy importantes en electrostática porque sus superficies *imponen* condiciones al potencial eléctrico. El cálculo del efecto de un conductor cuando se analizan problemas de electrostática puede ser muy complicado, aunque, afortunadamente, existen recetas sencillas que permiten resolver problemas geométricamente simples. Por ejemplo, el hilo cargado de la ecuación 1.14, que representa un campo que disminuye radialmente según nos alejamos del hilo, produce un campo muy distinto cuando está suspendido paralelamente a tierra (recordemos que "tierra" es un conductor que tomamos a potencial cero), como vemos en la figura 1.4:

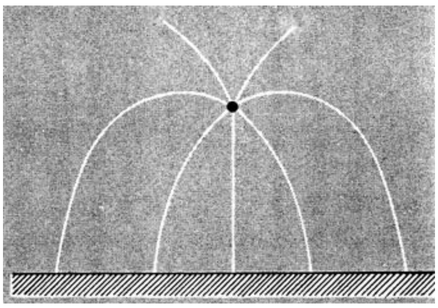


Figura 1.4: Líneas de campo de un hilo cargado (visto en sección) en las proximidades de un plano conductor (tierra). Obsérvese la diferencia con la figura 1.1.

Como podemos ver, la presencia de tierra cambia la forma del campo que vimos en la ecuación 1.14. Si ahora nos fijamos en el campo que existe en puntos cercanos a la superficie del suelo, separados una distancia x de la vertical del hilo, el cual suponemos suspendido a una altura h, entonces el campo es prácticamente vertical y su intensidad disminuye con x de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$E = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_o} \frac{h}{h^2 + x^2} \tag{1.18}$$

Debido a la características conductoras del terreno, y según el punto 3 de las características del campo eléctrico en conductores, podemos afirmar que el campo eléctrico es prácticamente vertical cerca del suelo, independientemente de las cargas que lo causan (nubes, cables eléctricos, etc).

1.5.2. Corrientes de conducción

Otra característica de los conductores es que pueden sostener una corriente, en virtud de la carga libre y móvil de que disponen. De hecho, durante el fenómeno de apantallamiento que hemos visto antes, se producen corrientes al transportarse la carga de un punto a otro del conductor. Estas corrientes se desvanecen en cuanto se restablece el equilibrio electrostático y el campo del conductor se hace nulo.

Fuerza electromotriz

Sin embargo, existe una manera de mantener un campo eléctrico —y, por tanto, una corriente eléctrica— en el seno de un conductor: si bombeamos las cargas que desplaza el campo externo, de forma que no se acumulen hasta la total anulación del campo total interior, entonces seremos capaces de mantener la corriente.

El proceso se puede entender con el símil del líquido en la vasija: si inclinamos la vasija, el líquido se derrama por el borde y durante esos momentos su superficie *no* permanece horizontal; cuando deja de derramarse, el líquido que resta en la vasija vuelve a mantener la superficie horizontal. Pero si bombeamos de nuevo el líquido derramado al interior de la vasija, entonces se mantendrá una corriente de agua y el líquido permanecerá permanentemente inclinado.

En nuestro caso, la "bomba de cargas" puede ser, por ejemplo, una reacción química como las que se dan en el seno de las **baterías electroquímicas.** Sin entrar en detalles, la fuerza de una batería electroquímica (o cualquier otra "bomba de cargas") se caracteriza por un parámetro llamado **fuerza electromotriz** o f.e.m.[10], representado por el símbolo $\mathcal{E}$. La f.e.m. se mide en **voltios**, al igual que el potencial, por lo que este parámetro característico se alude a veces como "voltaje de la batería". Esta similitud de la f.e.m. con el potencial eléctrico hace que mucha gente piense que ambos conceptos son el mismo y muchas veces oímos la expresión "el potencial de la pila es 1,5 voltios.". Esto no es así, pero a los efectos de este curso este equívoco es poco importante.

Por tanto, si conectamos los bornes de una batería a un conductor (por ejemplo, los extremos de un cable metálico), se establece un campo eléctrico en el seno del mismo **que no se desvanece** porque la carga que se intenta acumular es bombeada por la batería de forma que se estable una **corriente estacionaria**[11] en el circuito formado por el conductor y la batería.

Ley de Ohm

Ahora nos fijaremos más atentamente en la dinámica del transporte de cargas en un conductor. Al establecer un campo eléctrico, la carga en un conductor —como toda carga sometida a un campo eléctrico— experimenta una fuerza debido a ley de Lorentz (1.2); esta fuerza produce

[10] Técnicamente, la f.e.m. se define como el trabajo que hace el generador para mover internamente la unidad de carga del polo negativo al positivo.

[11] El adjetivo "estacionario" se presenta aquí como un concepto distinto a "estático". Se aplica cuando tenemos corrientes —y por tanto es sistema no es estático porque hay cargas en movimiento—, pero éstas fluyen continuamente, sin acumular carga. En otras palabras, estamos en una situación "estacionaria" cuando la parte derecha de la ecuación 1.7 es cero, independientemente del volumen del sistema que elijamos para hacer la integral.

una aceleración de la carga según la primera ley de Newton, $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$. En principio, si la carga vagara en el vacío, ésta se aceleraría adquiriendo cada vez mayor velocidad; pero en el seno del conductor el resto de cargas (iones, electrones...) e incluso los átomos no ionizados suponen un obstáculo para las cargas libres, que chocan contra ellos perdiendo parte de su velocidad. El efecto estadístico global de estos choques es como una especie de rozamiento viscoso para la partícula cargada, que limita la máxima velocidad que ésta puede alcanzar[12]. La velocidad límite depende de la fuerza aplicada y, en el caso de una carga libre en el seno de un conductor, podemos expresar este efecto directamente en función del campo eléctrico:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \mu \mathbf{E}$$

donde μ es un parámetro llamado *movilidad* que depende de las características del medio y del portador considerado. En un conductor con varias especies actuando como portadoras de carga libre, cada una tiene una movilidad en principio distinta a la de los demás. Adviértase que en la esta ecuación μ lleva implícito el signo del portador, es decir, si éste es negativo, μ es negativo. Por tanto $\langle \mathbf{v} \rangle$ toma el sentido que se espera según la carga del portador.

Si de la ecuación 1.3 suponemos que hay un único portador de carga, entonces tenemos:

$$\mathbf{J} = \rho \langle \mathbf{v} \rangle$$

Introduciendo el valor de $\langle \mathbf{v} \rangle$ de la ecuación anterior,

$$\mathbf{J} = \rho \mu \mathbf{E}$$

Obsérvese que la densidad de corriente, $\mathbf{J}$, y el campo eléctrico **tienen la misma dirección y sentido** independientemente del signo del portador considerado, puesto que tanto ρ como μ toman el signo del portador y su producto es siempre positivo.

En el caso de que en el medio haya varias especies portadoras, cada una contribuirá con su propia densidad de carga y movilidad y entonces la densidad de corriente será la suma de todas las contribuciones:

$$\mathbf{J} = \left(\sum_i \rho_i \mu_i \right) \mathbf{E} \tag{1.19}$$

Al factor $\sum_i \rho_i \mu_i$ se le representa por γ y se le llama **conductividad** y es un parámetro que depende del conductor de que se trate. Su unidad en el SI es el $\left[(\Omega \mathrm{m})^{-1}\right]$ o también el $[\mathrm{S} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$, **siemen por metro**[13]. Así pues, la ecuación anterior la podemos poner como:

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \tag{1.20}$$

que se conoce como **ley de Ohm**.

La conductividad por tanto es un parámetro que nos permite decidir la calidad de un conductor desde el punto de vista dinámico, esto es, de su capacidad para mantener una corriente estacionaria: cuanto mayor sea, mejor será el conductor (con el mismo campo eléctrico se obtienen corrientes más elevadas según la ley de Ohm 1.20). De la ecuación 1.19, vemos que la conductividad depende tanto de la densidad de portadores de carga libre, como de la movilidad de los mismos. Ya hemos hablado en la sección anterior que un "buen conductor"

[12] Esto es totalmente equivalente al efecto que hace un fluido sobre el movimiento de un objeto en su seno.
[13] Ω es el símbolo del **ohmio**, la unidad de *resistencia eléctrica*, concepto que veremos más adelante.

desde el punto de vista de la electrostática sólo necesita disponer de carga libre, mientras que ahora, para considerar que un material es "buen conductor" desde el punto de vista de la electrodinámica, se necesita además que la esta carga tenga una elevada movilidad: cuanto mayor sean ambos parámetros, mejor conductor será el medio. Para hacernos una idea de las magnitudes de carga libre y conductividad que presentan diversos medios —desde un aislante como el aire, hasta excelentes conductores como los metales— mostramos algunos ejemplos en la tabla 1.1.

	Aire	Agua pura	Agua salina	Metales
$n\,[\text{port}\cdot\text{m}^{-3}]$	10^{10}	$6\cdot10^{19}$	$10^{24}\sim10^{26}$	$\sim10^{29}$
$\gamma\,[\text{S}\cdot\text{m}^{-1}]$	$2,5\cdot10^{-14}$	$4\cdot10^{-6}$	$0,1\sim10$	$\sim10^{8}$

Tabla 1.1: Densidad de carga libre y conductividad en varios materiales

Obsérvese la diferencia de conductividades entre un aislante como el aire y los metales o incluso el agua salina; el agua pura, que ya comentamos que se puede considerar como conductor electrostático, se comporta prácticamente como un aislante desde el punto de vista dinámico, en virtud de su baja conductividad.

Circuitos eléctricos: ley de Kirchhoff

Debido a la alta conductividad de los metales, que hemos visto en la tabla 1.1, podemos usarlos para confinar la corriente en hilos delgados[14], creando así un **circuito eléctrico**. La ventaja adicional de un circuito eléctrico es que podemos trabajar con escalares, I y V en lugar de los correspondientes campos vectoriales $\mathbf{J}$ y $\mathbf{E}$.

La corriente no es más que el flujo de $\mathbf{J}$ en cualquier sección del conductor (ecuación 1.6); además, si el circuito es cerrado y sin derivaciones[15], entonces la ecuación de continuidad (1.7) garantiza que la corriente es la misma a lo largo del circuito.

El potencial depende del punto del circuito que consideremos. A partir de la ley de Ohm (1.20) se puede demostrar que la diferencia de potencial $\triangle V$ entre dos puntos del circuito es igual a:

$$\triangle V = I\cdot R \tag{1.21}$$

donde R es la **resistencia eléctrica** entre los dos puntos considerados. Ésta se puede calcular fácilmente si suponemos que el conductor es homogéneo y de sección uniforme S; entonces la resistencia es,

$$R = \frac{l}{\gamma S} \tag{1.22}$$

donde l es la longitud del cable conductor entre los puntos considerados. La resistencia se mide en **ohmios** [Ω]. La ecuación 1.21 se conoce como ley de Ohm aplicada a circuitos.

Obsérvese que la resistencia es una magnitud *extensiva*, esto es, que depende del tamaño y geometría del medio; mientras que la conductividad es una magnitud *intensiva*, que sólo

[14]Entre los diversos materiales conductores hemos citado a los metales no sólo por su alta conductividad, sino también por su alta ductibilidad que los hace idóneos para formar delgados cables. El metal por antonomasia que reúne ambas características —amén de un coste razonable— es el cobre.

[15]Quiere decir que el conductor o conductores más la batería forman un único bucle cerrado.

depende de características intrínsecas del medio, pero no de su tamaño. Es habitual definir las magnitudes recíprocas **conductancia**, $G = R^{-1}$, que se mide en **siemen**, S (o también *mho*), y la **resistividad**, $\rho = \gamma^{-1}$ que se mide en $\Omega \cdot \mathrm{m}$.

Ya hemos dicho antes que aplicando los bornes de una batería (fuente de f.e.m.) a los extremos de un conductor se establece una corriente estacionaria. La **ley de Kirchhoff**[16] establece que la f.e.m. de la batería tiene que ser igual a la suma de todas las caídas de tensión dadas por la ley de Ohm (1.21):

$$\mathcal{E} = I \sum R_i$$

donde hemos generalizado al caso que el circuito esté compuesto de distintos conductores con distintas resistencias[17].

Ley de Joule

Al estudiar la dinámica de cargas en un medio conductor hemos visto que la velocidad de arrastre está limitada por los choques al azar de las cargas móviles con los átomos y moléculas del medio. Pero estos choques transmiten parte de la energía de la carga a las moléculas con las que choca y esta energía revierte en calor.

La **ley de Joule** establece cómo es la tasa de disipación de calor en un conductor de resistencia R por el que pasa una corriente I:

$$P = RI^2 \tag{1.23}$$

donde P se denomina **potencia disipada** y se mide en **julios por segundo** $[\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$ o **watios** [W][18]. Lógicamente este efecto, si es significativo, se manifiesta en forma de elevación de la temperatura del conductor. Nótese que la potencia disipada depende de la intensidad de corriente al cuadrado, por lo que pequeñas variaciones de corriente pueden suponer grandes pérdidas de calor por disipación. Por otra parte, la fuente de potencia del circuito es, obviamente, la batería que está suministrando la corriente. La potencia aportada por una batería está dada por

$$P = I\mathcal{E} \tag{1.24}$$

Es conveniente expresar la ley de Joule en términos de magnitudes intensivas como la densidad de corriente $\mathbf{J}$ o el campo eléctrico $\mathbf{E}$; en este caso tenemos:

$$u = \frac{J^2}{\gamma} = \gamma E^2 \tag{1.25}$$

donde u se denomina **densidad de potencia disipada** y se mide en $[\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$; representa la tasa de calor disipado por unidad de volumen del material. Para los efectos de este curso, es

[16] En pruridad, deberíamos hablar de la 2ª ley de Kirchhoff. La primera es una aplicación de la ecuación de continuidad a circuitos con derivaciones.

[17] De forma más general, podemos tener varias baterías en el mismo circuito, con lo que la ley de Kirchhoff sería $\sum \mathcal{E}_j = I \sum R_i$.

[18] Estamos hablando de tasa de *calor*, el cual tiene las mismas unidades que la *energía* y el *trabajo*. Formalmente, el término *potencia* se usa para determinar la tasa de *trabajo* realizado; pero *calor* y *trabajo* son conceptos distintos, por lo que hay que tener cuidado cuando usamos el término *potencia* ligado a la tasa de *calor* disipado. Este abuso de nomenclatura se resuelve hablando de *potencia disipada en forma de calor* o, simplemente, *potencia disipada*.

conveniente tratar otra magnitud relacionada, el **calentamiento específico**[19], que se mide en $[\mathrm{W}\cdot\mathrm{kg}^{-1}]$:

$$P/\mathrm{Kg} = \frac{J^2}{\gamma D} = \frac{\gamma E^2}{D} \tag{1.26}$$

donde D es la densidad de masa del material.

Ejemplo de calentamiento específico En el seno de una disolución salina de conductividad $1\,\mathrm{S}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ se establece una densidad de corriente de $1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-2}$; si suponemos que el soluto no ha modificado sustancialmente la densidad del agua ($1000\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$), entonces el calentamiento específico es:

$$P/\mathrm{kg} = \frac{\left(1\,\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^{-2}\right)^2}{(1\,\mathrm{S}\cdot\mathrm{m}^{-1})\times(10^3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3})} = 10^{-3}\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$$

1.5.3. Campo magnético

A partir de la parte magnética de la fuerza de Lorentz (1.8) podemos deducir que la unidad del campo magnético es $[\mathrm{N}\cdot\mathrm{C}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s}]$ o, simplificando, $[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{C}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$; esta unidad recibe el nombre de **tesla** y el símbolo [T]. Como veremos más adelante, esta unidad es muy grande y frecuentemente recurriremos a divisores como mT o μT. Otra unidad que se encuentra frecuentemente en los libros es el **gauss** [G] que equivale a 10^{-4} T.

Como hemos visto hasta ahora, las fuentes de campo magnético son las corrientes eléctricas. Sin embargo, nuestra experiencia cotidiana nos dice que el magnetismo está asociado al material del que están hechos los **imanes**; efectivamente, los imanes son también fuente del campo magnético y hablaremos un poco más de ellos en la sección sobre interacción del campo magnético con la materia.

El campo magnético producido por una segmento de corriente, de longitud infinitesimal[20] $d\mathbf{l}$, en un punto caracterizado por el radio-vector $\mathbf{r}$, es:

$$d\mathbf{B}\left(\mathbf{r}\right) = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,d\mathbf{l}\times\mathbf{r}}{r^3} \tag{1.27}$$

donde la constante μ_o se denomina **permeabilidad magnética del** vacío, y su valor en el SI es $4\pi\cdot10^{-7}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{A}^{-2}$. En esta expresión ya encontramos algunas características del campo magnético:

- Disminuye con la distancia[21] como r^2. Esto ya lo encontramos con el campo eléctrico de una carga puntual (ecuación 1.11).
- La dirección del campo **no es** la del radio-vector punto-fuente ($\mathbf{r}$), como sí ocurría en el caso eléctrico, sino **perpendicular** al plano formado por el radio-vector $\mathbf{r}$ y la corriente infinitesimal, como indica el producto vectorial de la expresión 1.27.

[19] En los capítulos 3 y 4 veremos que se denomina también *tasa de calor absorbido* o *SAR*, en el contexto de radiación absorbida o efecto de campos sobre los organismos.

[20] Esto es lo más parecido al equivalente de una "carga puntual" para el caso magnético (sería, abusando del lenguaje, una "corriente puntual"). Obsérvese que el elemento diferencial tiene carácter de vector.

[21] Nótese que el numerador de 1.27 contiene un término r.

Como siempre, cuando tenemos una corriente real tenemos que integrar el resultado a toda la longitud del hilo donde se produce la corriente:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_o I}{4\pi}\int \frac{d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \tag{1.28}$$

donde las coordenadas con apóstrofe se refieren a la posición del elemento de corriente, y las coordenadas sin apóstrofe se refieren al punto donde se calcula el campo. Esta expresión se conoce como ley de Biot y Savart y, en el caso más general posible, puede ser muy difícil de resolver. De forma más general, si lo que tenemos es el vector densidad de corriente, **J**, el campo se calcula con una integral parecida, pero ahora extendida al volumen donde tiene lugar la corriente:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}dv$$

No se resolverán este tipo de integrales en este curso, pero sí se usarán los resultados obtenidos a partir de la resolución de las mismas o a partir de las propiedades del campo, que veremos seguidamente.

Propiedades del campo magnético: no hay "cargas" magnéticas

La primera propiedad que vamos a estudiar está relacionada con el flujo de campo magnético a través de una superficie:

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} \tag{1.29}$$

El flujo magnético es un concepto muy importante en Electromagnetismo; tiene un papel respecto al campo magnético similar al que tiene la corriente eléctrica, I, respecto a la densidad de corriente **J**. Por eso, históricamente recibe su propia unidad de medida que, en el SI, es el **weber** [Wb], que equivale a un $[\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2]$; en muchos textos se usa la unidad de flujo como principal y se deriva de ella el tesla como un weber por metro cuadrado $[\mathrm{Wb}\cdot\mathrm{m}^{-2}]$; incluso al campo magnético se le denomina "densidad de flujo magnético".

Pues bien, lo que establece esta propiedad es que el flujo de campo magnético a través de cualquier superficie cerrada **es siempre nulo.** Esto es:

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$$

Este resultado es **independiente** de la fuente del campo magnético y de la superficie escogida. Si lo comparamos con la ley de Gauss para el campo eléctrico (1.13), donde el flujo del campo es proporcional al total de carga encerrada, concluimos que **no existen "cargas" magnéticas individuales** que se puedan agrupar, sino que siempre se dan por parejas de distinto signo. Las "cargas" magnéticas se las denomina **polos** y hay de dos tipos: **norte** y **sur**; todo material magnético tiene la misma cantidad de polos norte y sur, y si percibimos su efecto en forma de campo magnético es porque su distribución es tal que los polos se mantienen separados, con lo que su efecto no se anula completamente. El romper un imán no separa los polos; simplemente, cada pieza del imán se apropia de una cantidad equivalente de polos norte y sur[22].

[22]Las cargas magnéticas reciben estos nombres porque la tierra se comporta como un gigantesco imán, cuyos polos están localizados muy cerca de los polos geográficos. Paradójicamente, es el polo norte magnético de la Tierra el que está próximo al polo sur geográfico y viceversa.

Si no existen cargas magnéticas[23], ¿qué es lo que desempeña el papel de "portador magnético"? El portador se llama **dipolo magnético** y es totalmente equivalente a una pareja de polos de distinto signo. Podemos entender un dipolo magnético como una pequeña espira plana y cerrada por la que circula una corriente. El dipolo se caracteriza por su **momento dipolar** que, en el caso de la espira cerrada por la que circula una corriente I, y que tiene una superficie S, vale $\mathbf{m} = I\,\mathbf{S}$, esto es, se representa por un vector —con la misma dirección que la superficie de la espira— y sus unidades son $[\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2]$[24]. Un dipolo magnético se puede entender como un imán virtualmente reducido a un punto.

El campo magnético terrestre es muy parecido al producido por un dipolo, por lo que se considera al planeta como un dipolo magnético de momento dipolar gigantesco[25], de valor aproximado $10^{23}\ \mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2$. El campo que produce la tierra (y, en general, un dipolo magnético) se puede representar por la figura 1.5.

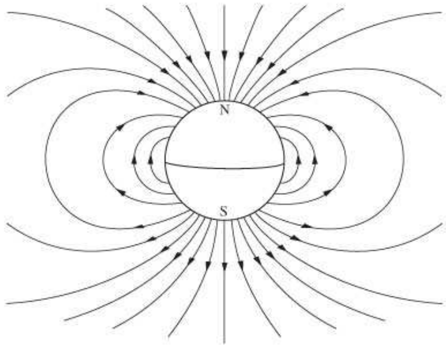


Figura 1.5: Representación del campo geomagnético.

Propiedades del campo magnético: ley circuital de Ampère

La **ley circuital de Ampère** dice que la circulación del campo magnético en un circuito cerrado es proporcional a la corriente total abarcada por el circuito:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_o I_{\text{total}} \tag{1.30}$$

Mediante esta propiedad del campo magnético, podemos resolver situaciones con mucha simetría sin necesidad de integrar la ley de Biot y Savart (1.28). El caso más interesante es el de un hilo recto infinito que transporta una cierta corriente I. Entonces, a partir de la ley de Ampère podemos ver que la intensidad de campo magnético a una cierta distancia r del hilo es:

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r} \tag{1.31}$$

[23]Como curiosidad, algunos modelos cosmológicos predicen la existencia de una clase de partículas muy exóticas con carga monolopar magnética, los llamados **monopolos magnéticos.** Hay experimentos en curso para detectar estas supuestas partículas, sin éxito hasta el momento.

[24]Otra unidad muy frecuente en los libros, y absolutamente equivalente a la anterior, es el **julio por tesla**, $[\mathrm{J} \cdot \mathrm{T}^{-1}]$.

[25]El origen de este campo magnético se encuentra en la dinámica del núcleo terrestre, compuesto por níquel y hierro fundidos. En la parte exterior de este núcleo se establecen corrientes eléctricas que dan origen al campo magnético. Las leyes que permiten estas corrientes son muy complejas y aún no se conocen bien.

es decir, disminuye como $1/r$, al igual que el campo eléctrico de un hilo cargado (1.14). La dirección y sentido del campo es tal, que sus líneas forman círculos concéntricos alrededor del hilo (véase figura 1.6).

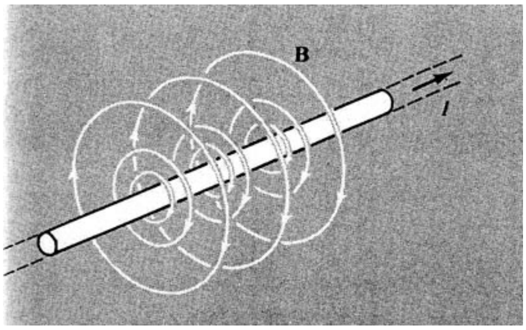


Figura 1.6: Líneas de campo magnético producido por una corriente filamental

Al igual que la ley de Gauss en el caso del campo eléctrico, el teorema de Ampère permite evitar cálculos engorrosos de integrales en situaciones donde las corrientes presentan simetría muy alta. Por ejemplo, una corriente confinada homogéneamente en un plano infinito da como resultado que el campo magnético producido no depende de la distancia, de forma análoga al resultado obtenido con el campo eléctrico (pág. 20). Se aplican por tanto los principios generales que vimos en la página 20.

Otro ejemplo interesante es el de un bobinado de cable en torno a un toroide o un cilindro muy largo (**bobina** toroidal o cilíndrica), por el que se hace circular una corriente eléctrica; si el sentido del arrollamiento es siempre el mismo y la densidad de vueltas de cable es uniforme, entonces la ley de Ampère predice que en el interior de la bobina se establece un campo magnético uniforme, orientado según el eje de aquella. Un hilo conductor bobinado de esta manera produce campos intensos, porque cada vuelta de hilo contribuye al campo magnético de forma independiente. De esta forma, con una misma corriente, obtenemos campos muy intensos solamente cambiando la geometría del conductor que la transporta.

Interacción del campo magnético con un plasma

Ya hablamos en la sección 1.4.2, página 17, que el principal efecto del campo magnético es que ejerce una fuerza lateral sobre las partículas cargadas en movimiento. En el caso de que las partículas estén constreñidas en un medio material —un conductor— la fuerza ejercida sobre las primeras se traduce en una fuerza efectiva sobre el segundo, en el sentido que muestra la expresión 1.9.

En el caso que las partículas estén libres —como en el caso de un plasma— éstas se desvían de su trayectoria, describiendo un movimiento circular cuando inciden en la región donde se establece el campo, como se muestra en la figura 1.7. La partícula experimenta siempre una fuerza perpendicular a la trayectoria, donde la fuerza magnética hace el papel de fuerza centrípeta:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

donde m es la masa de la partícula y R es el radio de giro de la órbita. Despejando,

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Es interesante comprobar que la frecuencia angular de giro, definida como v/R, sólo depende de la relación carga/masa de la partícula y del campo aplicado:

$$\omega_c = \frac{qB}{m} \tag{1.32}$$

Se la denomina **frecuencia de ciclotrón**.

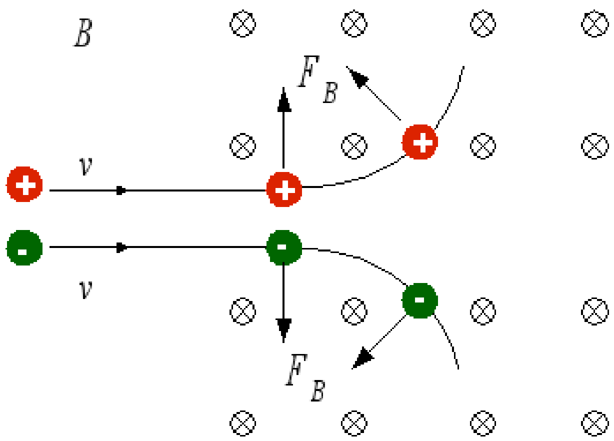


Figura 1.7: Dos partículas de signo opuesto que entran en un campo magnético perpendicular al papel (representado las cruces) se desvían en sentidos opuestos, según la fuerza de Lorentz (1.8).

Más generalmente, el movimiento es helicoidal porque la componente de velocidad de la partícula que es paralela al campo no sufre alteración; por tanto, el eje de la hélice trazada coincide con las líneas de campo magnético, como se ve en la figura 1.8.

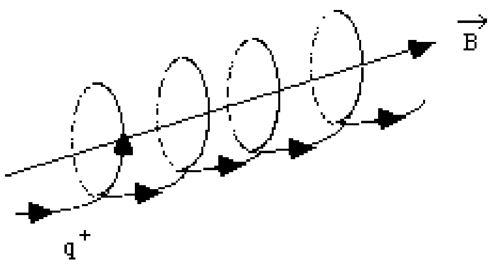


Figura 1.8: Trayectoria de una partícula con carga positiva en un campo magnético.

Esto último es particularmente importante en relación al campo geomagnético, del que ya hemos hablado. El sol eyecta regularmente gran cantidad de material a muy altas velocidades, parte del cual está ionizado; este material forma el llamado *viento solar* que en ocasiones alcanza la órbita de la tierra. Cuando se aproxima a la tierra, los iones que forman parte del viento solar inciden contra el campo magnético terrestre que los desvía; según la energía y ángulo de incidencia de la partícula, ésta puede deflectarse completamente o bien sigue una trayectoria helicoidal que va recorriendo las líneas de campo hasta alguno de los polos (ver en figura 1.5 cómo las líneas de campo surgen y mueren en los polos); cuando penetran en la atmósfera, los iones y electrones del viento solar interaccionan con ésta produciendo una luminosidad que se conoce como *aurora boreal* (o *austral*)[26].

En definitiva, el campo magnético terrestre desvía estas partículas cargadas[27] de origen solar protegiendo así al planeta de sus efectos.

Interacción del campo magnético con la materia

Vamos a ver qué ocurre cuando un campo magnético incide en materia que no sostiene una corriente ni movimiento organizado de cargas en su interior. En ese caso, el campo interacciona con las partículas que forman el material a través del momento dipolar de aquéllas.

Cuando no hay campo magnético, cada molécula orienta su momento dipolar al azar y la resultante de todos los momentos dipolares es nula. En el seno de un campo magnético, los momentos dipolares moleculares giran para alinearse con el campo, el cual tiene que competir con la agitación térmica que tiende a orientarlos al azar; cuanto más intenso es el campo externo, mayor fracción de dipolos alineados se consigue. El efecto final es que el campo magnético interior es la suma del producido por los momentos dipolares alineados —proporcional, como hemos razonado, al campo externo—, más el campo magnético externo. En conjunto, podemos expresar el comportamiento magnético de la materia mediante la expresión:

$$B' = \mu_r B \tag{1.33}$$

donde B' es el campo magnético interior, B el campo magnético externo y μ_r se denomina **permeabilidad relativa** del medio considerado y es un número adimensional. Además, puesto que la agitación térmica depende de la temperatura, la permeabilidad magnética también dependerá de la temperatura.

El momento dipolar magnético de la materia se debe a tres fuentes:

1. Momento dipolar intrínseco del electrón. Su valor es $\sim 9 \cdot 10^{-24}$ A $\cdot$ m^2.
2. Momento dipolar orbital. Los electrones que *orbitan* los núcleos producen un momento dipolar adicional, de un orden de magnitud parecido al del electrón. La trayectoria orbital de un electrón se puede asimilar a una diminuta espira cerrada de corriente, que ya hemos visto que es el modelo de dipolo magnético[28].
3. Momento dipolar intrínseco del protón (constituyente del núcleo atómico): $\sim 5 \cdot 10^{-27}$ A $\cdot$ m^2.

Una molécula tiene un momento dipolar magnético que es la suma de las tres contribuciones anteriormente mencionadas, pero teniendo en cuenta lo siguiente:

[26] Actualmente se conocen mucho mejor las causas que dan origen a las auroras. El mecanismo que aquí se cita es sólo una parte de un proceso más complejo.

[27] Como veremos en la Unidad Didáctica III, las partículas —neutras o cargadas— que se desplazan a grandes velocidades son consideradas también como *radiación*.

[28] La mecánica cuántica ya ha puesto de manifiesto que los electrones no siguen órbitas en sentido clásico. Pero los modelos clásicos del átomo —como el de Rutherford, por ejemplo— proporcionan valores de momentos dipolares orbitales que son parecidos a los reales. Por otra parte, el momento dipolar intrínseco del electrón tiene un origen puramente cuántico, sin correspondencia en la física clásica.

- El momento dipolar es una magnitud vectorial, y como tal hay que sumarla.
- La Naturaleza organiza los electrones en sus órbitas de tal forma que el momento magnético conjunto —intrínseco más orbital— tiende a compensarse; en consecuencia, el momento dipolar total de una molécula es o bien nulo, o parecido al momento dipolar del electrón.
- De igual forma, los protones que forman el núcleo generalmente organizan sus momentos dipolares de forma que se compensan entre sí o casi, con lo que el núcleo tiene un momento dipolar nulo o del orden del momento dipolar del protón. Puesto que éste es mil veces inferior al del electrón, su contribución al momento dipolar total es prácticamente despreciable[29].

Según el tipo de moléculas que componen el material, se pueden dar tres casos.

Materiales diamagnéticos Las moléculas tienen **momento dipolar nulo**. En este caso, se puede ver que la acción del campo magnético sobre las órbitas electrónicas es tal que induce en la molécula un pequeño momento magnético **en sentido opuesto** al campo aplicado, lo que resulta en que el campo magnético inducido se opone al campo magnético externo. Esto se refleja en la ecuación 1.33 en una permeabilidad relativa **menor que la unidad**. Sin embargo, este efecto es muy pequeño, con lo que $\mu_r \lesssim 1$, como se observa en la tabla 1.2. Cuando se elimina el campo externo, las moléculas pierden su momento dipolar.

Material	$\mu_r - 1$
Cobre	$-0,98 \times 10^{-5}$
Oro	$-3,50 \times 10^{-5}$
Hidrógeno (H_2, 1 atm.)	$-0,22 \times 10^{-8}$
Nitrógeno (N_2, 1 atm.)	$-0,67 \times 10^{-8}$

Tabla 1.2: Permeabilidad magnética relativa de algunos materiales diamagnéticos a temperatura ambiente.

Materiales paramagnéticos Las moléculas tienen **momento dipolar neto**, con lo que el campo externo tiende a alinearlas **en su mismo sentido**, produciéndose un campo magnético total inducido **mayor** que el externo; por tanto, la permeabilidad relativa del medio de la expresión 1.33 es **mayor que 1**, pero para la mayor parte de materiales paramagnéticos el efecto es muy pequeño, como se observa en la tabla 1.3. La fracción de moléculas alineadas será tanto mayor cuanto mayor sea el campo, y menor sea la agitación térmica (menor temperatura). Hay que mencionar que el efecto de inducción diamagnética, descrito en el párrafo anterior, se da también en los paramagnéticos, lo que ocurre es que el efecto paramagnético es dominante. Cuando se elimina el campo externo, la agitación térmica destruye la orientación preferente de los dipolos moleculares y el medio se vuelve magnéticamente neutro.

[29] Sin embargo, la interacción de un campo magnético con el momento dipolar magnético del núcleo es lo que busca la *resonancia magnética nuclear* (RMN).

Material	$\mu_r - 1$
Aluminio	$+2,10 \times 10^{-5}$
Sodio	$+0,84 \times 10^{-5}$
Titanio	$+18,0 \times 10^{-5}$
Oxígeno (O_2, 1 atm.)	$+193,5 \times 10^{-8}$

Tabla 1.3: Permeabilidad magnética relativa de algunos materiales paramagnéticos a temperatura ambiente.

Materiales ferromagnéticos Algunos sólidos en cuya composición entran ciertos elementos —hierro, níquel, manganeso...— presentan un comportamiento magnético singular: a altas temperaturas son paramagnéticos, pero por debajo de una determinada temperatura —llamada **temperatura de Curie**—, las moléculas orientan sus dipolos espontáneamente[30] en la misma dirección, quedando el material **magnetizado**, de forma que el conjunto se comporta como un dipolo magnético macroscópico que produce un campo magnético apreciable a su alrededor: es lo que conocemos como un **imán**. En realidad, la magnetización espontánea se lleva a cabo en pequeños gránulos del material llamados **dominios** que normalmente están orientados al azar, por lo que la magnetización inicial del material es nula; sin embargo, basta un campo magnético externo suficientemente intenso[31] para reorientar todos los dominios en una dirección preferente, de forma que el material queda magnetizado permanentemente. Además, desde el punto de vista de la expresión 1.33, los materiales ferromagnéticos tienen una μ_r **muy elevada** (del orden de 1000 o mayor)[32]. Los materiales ferromagnéticos que nos son más conocidos son aquellos con temperaturas de Curie **por encima** de la temperatura ambiente como la magnetita (Fe_3O_4), diversos aceros, óxidos de tierras raras, etc.

Con toda esta exposición queremos resaltar dos ideas:

- La mayor parte de los materiales ordinarios, sobre todo aquellos de interés biológico, son **diamagnéticos** o **paramagnéticos**.
- Los materiales diamagnéticos y paramagnéticos presentan una reacción a los campos magnéticos externos **extremadamente reducida**, como se observa en las tablas 1.2 y 1.3.

En consecuencia, la mayor parte de la materia es **absolutamente transparente** (permeable) a los campos magnéticos; no hay un fenómeno equivalente de apantallamiento del campo magnético como el que se daba en los conductores para el campo eléctrico. Esta propiedad de apantallamiento total del campo magnético se llama *diamagnetismo perfecto*, y es característica de un tipo de materiales denominados *superconductores*, que excluyen las líneas de campo magnético de la misma forma que los conductores excluyen las de campo eléctrico.

[30]A grandes trazos, la causa es que las moléculas o átomos de la red de un ferromagnético tienen un momento dipolar algo más elevado que un paramagnético. Ese momento dipolar produce un campo magnético suficientemente elevado como para inducir la orientación de sus vecinos, venciendo el desorden de la agitación térmica. Si en una pequeña región del material los dipolos se orientan, entonces su efecto orientador hacia los restantes dipolos se multiplica y se propaga por la red. El ferromagnetismo es un fenómeno colectivo.

[31]El valor de intensidad de campo que es necesario para magnetizar un ferromagnético recibe el nombre de *campo coercitivo* y depende del material considerado.

[32]La realidad es más compleja, puesto que estos materiales no reaccionan linealmente a los campos externos y la expresión 1.33 no es válida para ellos sino como aproximación.

Efecto Hall

Supongamos que en un conductor se mantiene una corriente que es debida **a un solo tipo de portador**, como por ejemplo la corriente electrónica en un metal, y que ese conductor está en el seno de un campo magnético. Entonces, sobre las cargas que se desplazan se ejerce la fuerza de Lorentz magnética (1.8); esta fuerza es perpendicular a la trayectoria de la carga en el interior del conductor, con lo que las cargas tienden a desviarse, generando un exceso de carga en la pared externa del conductor, y un defecto de carga en la pared opuesta (recordemos que el conductor es neutro). Este desequilibrio de carga produce un **campo eléctrico transversal** (E_t) a la corriente; el proceso de acumulación de carga se detiene cuando la fuerza eléctrica compensa la fuerza magnética:

$$\begin{aligned} 0 &= q\,\mathbf{E}_t + q\,\langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B} \\ \mathbf{E}_t &= -\,\langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B} \end{aligned} \tag{1.34}$$

En la figura 1.9 se puede entender mejor este proceso.

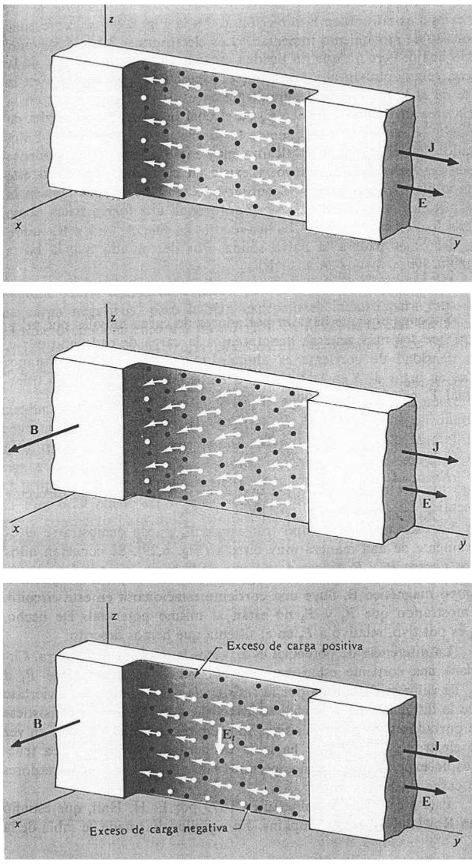


Figura 1.9: Manifestación del efecto Hall en un metal. Los puntos blancos representan electrones móviles y los puntos negros los iones positivos de la red. Obsérvese que la velocidad de los electrones es opuesta a **J** (por la expresión 1.5).

Expresamos la ecuación 1.34 en función de la densidad corriente (ecuación 1.3, suponiendo un solo portador):

$$\mathbf{E}_t = -\frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{\rho} \tag{1.35}$$

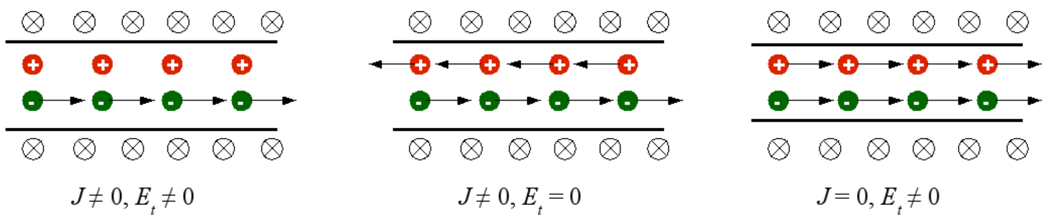


Figura 1.10: Efecto Hall en tres tipos de arrastre de cargas. **A la izquierda** tenemos el caso de un conductor metálico, donde sólo se desplazan los portadores de carga negativos (electrones); esta situación se corresponde a la reflejada en la figura 1.9. **En el centro**, una corriente de conducción con portadores de distinto signo implicados. **A la derecha**, el flujo de un fluido con cargas móviles, que se mueve por arrastre mecánico. Todas las situaciones se dan en el seno de un campo magnético perpendicular al plano del papel, cuyas líneas están representadas por círculos con cruces.

Obsérvese que el campo transversal por el efecto Hall depende del signo del portador (a través del signo de la densidad de carga portadora ρ). De hecho, portadores de distinto signo producen campos Hall de **sentidos opuestos** que tienden a compensarse. El efecto Hall se da en corrientes de conducción producidas por portadores que sean todos del mismo signo[33]. Matemáticamente, la expresión 1.34 se generaliza de la siguiente forma cuando hay dos tipos de portadores (positivos y negativos):

$$\mathbf{E}_t = -\left(\left\langle \mathbf{v}^+ \right\rangle + \left\langle \mathbf{v}^- \right\rangle\right) \times \mathbf{B} \tag{1.36}$$

cuando se establece una corriente de conducción cada portador se mueve en sentidos opuestos; si sus movilidades son parecidas, entonces $\langle \mathbf{v}^+ \rangle \simeq -\langle \mathbf{v}^- \rangle$ y por tanto $\mathbf{E}_t \simeq 0$, como habíamos dicho antes.

Pero también se puede producir una situación en que el medio tenga portadores de ambos signos que son arrastrados **en el mismo sentido**. Una situación típica es el flujo de una disolución iónica en una tubería (como por ejemplo, la sangre en los vasos sanguíneos). En este caso $\langle \mathbf{v}^+ \rangle = \langle \mathbf{v}^- \rangle$ y por tanto la **corriente total es nula**, como se deduce de la ecuación 1.4, que ya discutimos en la página 16. Pero, aún siendo la corriente total nula, **se puede dar efecto Hall**, como se puede ver en la expresión anterior 1.36. Todas las situaciones descritas se reflejan en la figura 1.10.

1.6. Campos variables y ondas electromagnéticas

Hasta ahora hemos visto la interacción electromagnética como algo estacionario, que no cambia con el tiempo. Si las fuentes evolucionan en el tiempo —$Q(t)$, $I(t)$— entonces, los campos que éstas producen **evolucionan idénticamente** con el tiempo —$\mathbf{E}(t)$, $\mathbf{B}(t)$—. Pero hay otros efectos de interés cuyo estudio nos ocupará en esta sección.

[33]De hecho, para determinar qué tipo de portadores conducen la corriente en un medio desconocido, se establece una corriente y un campo magnético perpendicular y se mide la diferencia de potencial en sentido transversal a la corriente, en un plano perpendicular al campo aplicado. El signo de esta diferencia de potencial establece cuál es el signo de la carga del portador mayoritario del medio.

1.6.1. Ley de inducción de Faraday

La ley de inducción de Faraday dice que la variación del flujo magnético en una superficie limitada por un circuito, induce[34] una f.e.m. en éste. La ecuación 1.29 representa la expresión general del flujo magnético; entonces la ley de inducción se expresa como:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1.37}$$

Si el circuito donde se establece la f.e.m. es un conductor cerrado, se genera una corriente eléctrica. Si el conductor está abierto, entonces entre los extremos abiertos se establece una diferencia de potencial igual en valor a la f.e.m. definida por la ley de Faraday (1.37). Obviamente, nos interesan los casos concretos donde se presentan flujos de campos magnéticos atravesando superficies limitadas por conductores.

El flujo magnético puede ser variable en el tiempo por dos causas:

Superficie móvil en el seno de un campo magnético estático El campo magnético no cambia y un conductor se mueve en su seno produciendo un cambio de flujo en la superficie que el conductor define. Este es el principio de la *dinamo*: una espira conductora rota en un campo magnético fijo y entre sus extremos abiertos se establece una f.e.m. dada por la ley de Faraday (1.37).

Campo magnético variable actuando sobre una superficie fija Este es el caso que más interesa desde el punto de vista de este curso. Es también el fundamento de las cocinas de inducción que veremos en el siguiente capítulo.

El signo negativo de la expresión 1.37 quiere decir que la f.e.m. genera corrientes que, a su vez, producen un campo magnético tal, que **se opone** al cambio de flujo que está teniendo lugar. Por supuesto, como ya hemos dicho, las corrientes se generan sólo si el medio es conductor.

1.6.2. Descripción de circuitos CA

Un escenario muy habitual de fuentes de campos electromagnéticos que evolucionan con el tiempo son los circuitos de corriente alterna o **circuitos CA**[35]. En estos circuitos, en lugar de una fuente de f.e.m. estacionaria —como las baterías electroquímicas mencionadas en la página 26—, se aplica una f.e.m. que evoluciona con el tiempo de forma periódica oscilante, según la forma genérica[36]:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_o \cos(2\pi\, f\, t + \varphi)$$

[34]En Electromagnetismo, la palabra *inducción* tiene varias acepciones que no conviene confundir. En la sección anterior la hemos usado para describir el efecto de un dipolo magnético sobre otro. El sentido que se le da en el ámbito de la ley de Faraday es esencialmente distinto.

[35]En oposición a los circuitos donde se establecen corrientes estacionarias que se denominan *circuitos de corriente continua* o *circuitos CC*. Es muy común ver las siglas inglesas correspondientes: AC para “corriente alterna” y DC para “corriente continua”.

[36]Las funciones que dependen de senos y cosenos se dice que son *funciones armónicas*. De ahora en adelante los términos: *CA, alterno, oscilante, sinusoidal, senoidal* (o *cosenoidal*) y *armónico*, se refieren a funciones dependientes del tiempo de este tipo.

donde $\mathcal{E}_o$ es la **amplitud**, que representa el valor máximo que alcanza la f.e.m., la cual oscila entre los valores $\mathcal{E}_o$ y $-\mathcal{E}_o$; φ es un valor de fase fijo entre 0 y 2π. La frecuencia de oscilación está representada por f y se mide en **hercios** [Hz], que es el número de veces que el valor de la función vuelve al valor inicial por unidad de tiempo; justamente, el periodo de la función —el tiempo que tarda en repetirse el mismo evento— es $T = f^{-1}$ y se mide en segundos. Es muy habitual usar la **frecuencia angular**, definida como $\omega = 2\pi f$, en lugar de la frecuencia de oscilación:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_o \cos(\omega t)$$

La frecuencia angular se mide en **radianes por segundo** o, simplemente, en [s^{-1}].

En este tipo de circuitos, las corrientes y potenciales también siguen funciones senoidales **de la misma frecuencia**. Por ejemplo, la corriente sigue la siguiente ley:

$$I(t) = I_o \cos(\omega t + \varphi) \tag{1.38}$$

La amplitud, I_o, y la fase[37], φ, dependen de las condiciones del circuito, de la f.e.m. que se aplique y también de la **frecuencia angular**. Es de destacar que, si bien la fase de la f.e.m. de entrada a un circuito se puede asignar convencionalmente[38] a 0, la fase de la corriente y de los potenciales que se establecen en el circuito está determinada por las ecuaciones que gobiernan el mismo.

1.6.3. Radiación

El otro efecto sobresaliente de las fuentes cuando evolucionan en el tiempo es la emisión de radiación en forma de ondas electromagnéticas. La causa profunda de este efecto está ligada a dos propiedades de los campos electromagnéticos: la primera es la ley inducción de Faraday, por la que —según hemos visto en el apartado anterior— un campo magnético variable produce un campo eléctrico variable[39]; la segunda propiedad es que, recíprocamente, un campo eléctrico variable también produce un campo magnético variable[40]. Las ondas electromagnéticas (OEM) no son más que campos eléctricos y magnéticos oscilantes entrelazados que, siguiendo las leyes del electromagnetismo, se propagan en el espacio. Incluso en el espacio vacío. Las OEM no precisan soporte material, al contrario que las ondas materiales como el sonido, las olas, etc.

En el capítulo 3 profundizaremos en la descripción de las OEM y en su producción. Pero es necesario que avancemos ahora algunas de sus propiedades.

Radiación de circuitos CA

El caso particular de fuentes variables que representa un circuito CA —donde las corrientes y potenciales evolucionan de forma oscilante armónica con el tiempo— es paradigmático

[37] Aunque la frecuencia sea la misma, puede haber un desfase entre la corriente y la f.e.m., como se explica más adelante.

[38] O también a $\pm\pi/2$. En este caso es equivalente usar la función seno con fase 0, $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_o \operatorname{sen}(\omega t)$

[39] La formulación que hemos utilizado en el apartado 1.6.2 describe el efecto como la inducción de una f.e.m. Pero la fuerza electromotriz se puede describir como la integral de línea de un campo eléctrico.

[40] El campo eléctrico variable da lugar a una corriente en el vacío (que no tiene nada que ver con las corrientes de conducción) que históricamente toma el nombre de *corriente de desplazamiento*. Su forma es: $\mathbf{J}_\mathrm{d} = \varepsilon_o\, \partial\mathbf{E}/\partial t$. Esta corriente es una fuente de campo magnético, al igual que lo son las corrientes de conducción.

para entender la radiación de OEM. Supongamos que la f.e.m aplicada al circuito tiene una frecuencia f; ya hemos visto que los campos producidos por el circuito también deben de oscilar siguiendo una ley senoidal de frecuencia f según la afirmación del primer párrafo de que los campos producidos por la fuente siguen la misma dependencia temporal. Estos campos se denominan *campos cercanos*[41], para diferenciarlos de los *campos de radiación* que forman parte de las OEM.

1. El primer resultado cualitativo que conviene apuntar es que los campos de radiación producidos por el circuito **también oscilan armónicamente a frecuencia** f y, consecuentemente, esa es la frecuencia de oscilación de la OEM producida.

2. Los campos eléctricos y magnéticos de las OEM están estrechamente relacionados entre sí, mientras que en los campos cercanos se pueden tratar de forma independiente el campo eléctrico y el campo magnético. Por ejemplo, un hilo conductor sometido a un potencial, pero por el que no circula corriente, sólo produce campo eléctrico; recíprocamente, un hilo conductor puede estar sometido a un potencial inapreciable y circular por el mismo una corriente elevada, con lo que producirá solamente campo magnético.

3. El tercer hecho en relación a la producción de OEM es que los campos de radiación **persisten** en el tiempo, propagándose lejos de las fuentes incluso cuando éstas se desconectan; como corolario, esta radiación se lleva parte de la potencia que aporta la f.e.m. oscilante. Por el contrario, los campos cercanos se desvanecen cuando la fuente se interrumpe y no disipan potencia del circuito: representan potencia almacenada que continuamente el circuito mantiene mientras las fuentes —corrientes, f.e.m.— estén presentes.

4. La cuarta propiedad importante de la radiación de circuitos CA está asociada a la cantidad de potencia disipada en forma de OEM. Ésta se relaciona muy directamente con las dimensiones del circuito y la frecuencia de oscilación de las corrientes mantenidas en el mismo. Esta relación la podemos expresar como:

$$P_{\mathrm{rad}} \propto \left(\frac{L\,f}{c}\right)^2 \tag{1.39}$$

donde L es una magnitud relacionada con las dimensiones del circuito y c es una constante que representa la velocidad de la luz en el vacío.

La expresión 1.39 nos da la clave que nos permite estructurar el resto de la materia en dos secciones: para frecuencias pequeñas y dimensiones de circuito “humanas” ($L \simeq 0,01 \sim 1\,\mathrm{m}$) la **potencia radiada es irrelevante** y sólo tenemos que tener en cuenta el campo cercano, que está representado por campos eléctricos y magnéticos que se pueden estudiar de forma independiente; este es el objeto del capítulo 2. La zona donde los campos cercanos alcanzan valores apreciables se denomina *zona de inducción* y su tamaño se estima en $3c/f$.

[41] Son los campos que hemos visto, producidos por las corrientes y cargas, que reflejan la evolución de éstas. El calificativo “cercano” hace referencia a que, en una antena diseñada para radiar, estos campos decaen abruptamente con la distancia.

Por otro lado, a frecuencias elevadas la potencia de radiación es tan grande que el circuito se convierte en una **antena**[42] que radia OEM, con los campos eléctricos y magnéticos entrelazados. Es lo que estudiaremos en el capítulo 3.

Autoevaluación

1. Las ondas electromagnéticas producen ionización a partir de una frecuencia aproximada de:

   a) 10^{13} Hz
   b) 10^{11} Hz
   c) 10^{15} Hz
   d) 10^{14} Hz

2. ¿Cuál es la fuerza que sufre una carga eléctrica si se aplica sobre ella un campo de 10 kV/m?

   a) $1{,}6 \times 10^{-3}$ pN
   b) 1,6 pN
   c) $1{,}6 \times 10^{-8}$ N
   d) $1{,}6 \times 10^{-11}$ pN

Soluciones:

1. 10^{15} Hz.
2. $F = qE = 1{,}6 \cdot 10^{-19} E = 1{,}6 \cdot 10^{-15} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$pN

[42] La antena es un caso de circuito CA diseñado específicamente como emisor de OEM. Pero, a veces, en un circuito que trabaja a frecuencias elevadas, las pérdidas por radiación son un inconveniente que ha de ser evitado; por ejemplo, los circuitos de los modernos computadores.